**Содержание учебного курса «Геометрия» углубленного уровня**

**10 класс**

**Прямые и плоскости в пространстве**

Основные понятия стереометрии. Точка, прямая, плоскость, пространство. Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них.

Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве, параллельность трёх прямых, параллельность прямой и плоскости. Параллельное и центральное проектирование, изображение фигур. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение фигур в параллельной проекции. Углы с сонаправленными сторонами, угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости, свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, параллелепипед, построение сечений.

Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Ортогональное проектирование. Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах.

Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Трёхгранный и многогранные углы. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла.

**Многогранники**

Виды многогранников, развёртка многогранника. Призма: n-угольная призма, прямая и наклонная призмы, боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Кратчайшие пути на поверхности многогранника. Теорема Эйлера. Пространственная теорема Пифагора. Пирамида: n-угольная пирамида, правильная и усечённая пирамиды. Свойства рёбер и боковых граней правильной пирамиды. Правильные многогранники: правильная призма и правильная пирамида, правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр, куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр.

Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усечённой пирамиды.

Симметрия в пространстве. Элементы симметрии правильных многогранников. Симметрия в правильном многограннике: симметрия параллелепипеда, симметрия правильных призм, симметрия правильной пирамиды.

**Векторы и координаты в пространстве**

Понятия: вектор в пространстве, нулевой вектор, длина ненулевого вектора, векторы коллинеарные, сонаправленные и противоположно направленные векторы. Равенство векторов. Действия с векторами: сложение и вычитание векторов, сумма нескольких векторов, умножение вектора на число. Свойства сложения векторов. Свойства умножения вектора на число. Понятие компланарные векторы. Признак компланарности трёх векторов. Правило параллелепипеда. Теорема о разложении вектора по трём некомпланарным векторам. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами вектора и координатами точек. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.

**11 класс**

**Тела вращения**

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, сферическая поверхность, образующие поверхностей. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости, касательная плоскость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара.

Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, вписанная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника, описанного около сферы, сферы, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса, площадь сферы и её частей. Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей поверхностей подобных фигур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельные основанию и проходящие через вершину), сечения шара, методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

**Векторы и координаты в пространстве**

Векторы в пространстве. Операции над векторами. Векторное умножение векторов. Свойства векторного умножения. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач.

**Движения в пространстве**

Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.

**Планируемые результаты освоения учебного курса**

**Личностные результаты**

**1) гражданское воспитание:**

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

**2) патриотическое воспитание:**

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

**3) духовно-нравственное воспитание:**

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

**4) эстетическое воспитание:**

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

**5) физическое воспитание:**

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

**6) трудовое воспитание:**

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

**7) экологическое воспитание:**

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

**8) ценности научного познания:**

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

**Метапредметные результаты**

**Познавательные универсальные учебные действия**

**Базовые логические действия:**

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

**Базовые исследовательские действия:**

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

**Работа с информацией:**

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

**Коммуникативные универсальные учебные действия**

**Общение:**

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

**Регулятивные универсальные учебные действия**

**Самоорганизация:**

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

**Самоконтроль, эмоциональный интеллект:**

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

**Совместная деятельность:**

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

**Предметные результаты**

К концу **10 класса** обучающийся научится:

* свободно оперировать основными понятиями стереометрии при решении задач и проведении математических рассуждений;
* применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач;
* классифицировать взаимное расположение прямых в пространстве, плоскостей в пространстве, прямых и плоскостей в пространстве;
* свободно оперировать понятиями, связанными с углами в пространстве: между прямыми в пространстве, между прямой и плоскостью;
* свободно оперировать понятиями, связанными с многогранниками;
* свободно распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);
* классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации;
* свободно оперировать понятиями, связанными с сечением многогранников плоскостью;
* выполнять параллельное, центральное и ортогональное проектирование фигур на плоскость, выполнять изображения фигур на плоскости;
* строить сечения многогранников различными методами, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;
* вычислять площади поверхностей многогранников (призма, пирамида), геометрических тел с применением формул;
* свободно оперировать понятиями: симметрия в пространстве, центр, ось и плоскость симметрии, центр, ось и плоскость симметрии фигуры;
* свободно оперировать понятиями, соответствующими векторам и координатам в пространстве;
* выполнять действия над векторами;
* решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин, применяя известные методы при решении математических задач повышенного и высокого уровня сложности;
* применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;
* извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
* применять полученные знания на практике: сравнивать и анализировать реальные ситуации, применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
* иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

К концу **11 класса** обучающийся научится:

* свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями, объяснять способы получения;
* оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром;
* распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения;
* классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;
* вычислять величины элементов многогранников и тел вращения, объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения, геометрических тел с применением формул;
* свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения;
* вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел;
* изображать изучаемые фигуры, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения;
* извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
* свободно оперировать понятием вектор в пространстве;
* выполнять операции над векторами;
* задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;
* решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями, вычисление расстояний от точки до плоскости, в целом, на применение векторно-координатного метода при решении;
* свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве, знать свойства движений;
* выполнять изображения многогранников и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой, преобразования подобия;
* строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельные основанию и проходящие через вершину), сечения шара;
* использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости;
* доказывать геометрические утверждения;
* применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме;
* решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин;
* применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;
* применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации, применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
* иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

**Тематическое планирование с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы учебного предмета, и используемых ЦОР, ЭОР**

**10 класс**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование разделов и тем программы** | **Количество часов** | | **Электронные (цифровые) образовательные ресурсы** |
| **Всего** | **Контрольные работы** |
| 1 | Введение в стереометрию | 23 | 1 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| 2 | Взаимное расположение прямых в пространстве | 6 | 1 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| 3 | Параллельность прямых и плоскостей в пространстве | 8 |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| 4 | Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве | 25 |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| 5 | Углы и расстояния | 16 | 1 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| 6 | Многогранники | 7 | 1 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| 7 | Векторы в пространстве | 12 |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| 8 | Повторение, обобщение и систематизация знаний | 5 | 2 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| Итого | | 102 | 6 |  |

**11 класс**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование разделов и тем программы** | **Количество часов** | | **Электронные (цифровые) образовательные ресурсы** |
| **Всего** | **Контрольные работы** |
| 1 | Аналитическая геометрия | 15 | 1 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| 2 | Повторение, обобщение и систематизация знаний | 15 | 1 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| 3 | Объём многогранника | 17 | 1 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| 4 | Тела вращения | 24 | 1 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| 5 | Площади поверхности и объёмы круглых тел | 9 | 1 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| 6 | Движения | 5 | 1 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| 7 | Повторение, обобщение и систематизация знаний | 17 | 2 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/> |
| Итого | | 102 | 8 |  |

**10 класс**

|  |  |
| --- | --- |
| **№ п/п/ № в разделе** | **Тема урока** |
|
|  | **Введение в стереометрию (23 ч.)** |
| 1/1 | Основные правила изображения на рисунке плоскости, параллельных прямых (отрезков), середины отрезка |
| 2/2 | Понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Основные правила изображения на рисунке плоскости, параллельных прямых (отрезков), середины отрезка |
| 3/3 | Понятия: пересекающиеся плоскости, пересекающиеся прямая и плоскость; полупространство |
| 4/4 | Понятия: пересекающиеся плоскости, пересекающиеся прямая и плоскость; полупространство |
| 5/5 | Многогранники, изображение простейших пространственных фигур, несуществующих объектов |
| 6/6 | Многогранники, изображение простейших пространственных фигур, несуществующих объектов |
| 7/7 | Аксиомы стереометрии и первые следствия из них |
| 8/8 | Аксиомы стереометрии и первые следствия из них |
| 9/9 | Аксиомы стереометрии и первые следствия из них. Способы задания прямых и плоскостей в пространстве. Обозначения прямых и плоскостей |
| 10/10 | Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами |
| 11/11 | Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами |
| 12/12 | Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами |
| 13/13 | Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами |
| 14/14 | Метод следов для построения сечений |
| 15/15 | Метод следов для построения сечений. Свойства пересечений прямых и плоскостей |
| 16/16 | Метод следов для построения сечений. Свойства пересечений прямых и плоскостей |
| 17/17 | Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения |
| 18/18 | Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения |
| 19/19 | Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения |
| 20/20 | Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения |
| 21/21 | Повторение планиметрии: Теорема о пропорциональных отрезках. Подобие треугольников |
| 22/22 | Повторение планиметрии: Теорема Менелая. Расчеты в сечениях на выносных чертежах. История развития планиметрии и стереометрии |
| 23/23 | Контрольная работа "Аксиомы стереометрии. Сечения" |
|  | **Взаимное расположение прямых в пространстве (6 ч.)** |
| 24/1 | Взаимное расположение прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельные прямые в пространстве |
| 25/2 | Теорема о существовании и единственности прямой параллельной данной прямой, проходящей через точку пространства и не лежащей на данной прямой. Лемма о пересечении параллельных прямых плоскостью |
| 26/3 | Параллельность трех прямых. Теорема о трёх параллельных прямых. Теорема о скрещивающихся прямых |
| 27/4 | Параллельное проектирование. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение разных фигур в параллельной проекции |
| 28/5 | Центральная проекция. Угол с сонаправленными сторонами. Угол между прямыми |
| 29/6 | Задачи на доказательство и исследование, связанные с расположением прямых в пространстве |
|  | **Параллельность прямых и плоскостей в пространстве (8 ч.)** |
| 30/1 | Понятия: параллельность прямой и плоскости в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Свойства параллельности прямой и плоскости |
| 31/2 | Геометрические задачи на вычисление и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве |
| 32/3 | Построение сечения, проходящего через данную прямую на чертеже и параллельного другой прямой. Расчёт отношений |
| 33/4 | Параллельная проекция, применение для построения сечений куба и параллелепипеда. Свойства параллелепипеда и призмы |
| 34/5 | Параллельные плоскости. Признаки параллельности двух плоскостей |
| 35/6 | Теорема о параллельности и единственности плоскости, проходящей через точку, не принадлежащую данной плоскости и следствия из неё |
| 36/7 | Свойства параллельных плоскостей: о параллельности прямых пересечения при пересечении двух параллельных плоскостей третьей |
| 37/8 | Свойства параллельных плоскостей: об отрезках параллельных прямых, заключённых между параллельными плоскостями; о пересечении прямой с двумя параллельными плоскостями |
|  | **Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве (25 ч.)** |
| 38/1 | Повторение: теорема Пифагора на плоскости |
| 39/2 | Повторение: тригонометрия прямоугольного треугольника |
| 40/3 | Свойства куба и прямоугольного параллелепипеда |
| 41/4 | Вычисление длин отрезков в кубе и прямоугольном параллелепипеде |
| 42/5 | Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости |
| 43/6 | Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости |
| 44/7 | Теорема о существовании и единственности прямой, проходящей через точку пространства и перпендикулярной к плоскости |
| 45/8 | Плоскости и перпендикулярные им прямые в многогранниках |
| 46/98 | Плоскости и перпендикулярные им прямые в многогранниках |
| 47/10 | Перпендикуляр и наклонная. Построение перпендикуляра из точки на прямую |
| 48/11 | Перпендикуляр и наклонная. Построение перпендикуляра из точки на прямую |
| 49/12 | Теорема о трёх перпендикулярах (прямая и обратная) |
| 50/13 | Теорема о трёх перпендикулярах (прямая и обратная) |
| 51/14 | Угол между скрещивающимися прямыми |
| 52/15 | Поиск перпендикулярных прямых с помощью перпендикулярных плоскостей |
| 53/16 | Ортогональное проектирование |
| 54/17 | Построение сечений куба, призмы, правильной пирамиды с помощью ортогональной проекции |
| 55/18 | Построение сечений куба, призмы, правильной пирамиды с помощью ортогональной проекции |
| 56/19 | Симметрия в пространстве относительно плоскости. Плоскости симметрий в многогранниках |
| 57/20 | Признак перпендикулярности прямой и плоскости как следствие симметрии |
| 58/21 | Правильные многогранники. Расчёт расстояний от точки до плоскости |
| 59/22 | Правильные многогранники. Расчёт расстояний от точки до плоскости |
| 60/23 | Способы опустить перпендикуляры: симметрия, сдвиг точки по параллельной прямой |
| 61/24 | Сдвиг по непараллельной прямой, изменение расстояний |
| 62/25 | Контрольная работа "Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве" |
|  | **Углы и расстояния (16 ч.)** |
| 63/1 | Повторение: угол между прямыми на плоскости, тригонометрия в произвольном треугольнике, теорема косинусов |
| 64/2 | Повторение: угол между скрещивающимися прямыми в пространстве |
| 65/3 | Геометрические методы вычисления угла между прямыми в многогранниках |
| 66/4 | Двугранный угол. Свойство линейных углов двугранного угла |
| 67/5 | Перпендикулярные плоскости. Свойства взаимно перпендикулярных плоскостей |
| 68/6 | Признак перпендикулярности плоскостей; теорема о прямой пересечения двух плоскостей перпендикулярных третьей плоскости |
| 69/7 | Прямоугольный параллелепипед; куб; измерения, свойства прямоугольного параллелепипеда |
| 70/8 | Теорема о диагонали прямоугольного параллелепипеда и следствие из неё |
| 71/9 | Стереометрические и прикладные задачи, связанные со взаимным расположением прямых и плоскости |
| 72/10 | Повторение: скрещивающиеся прямые, параллельные плоскости в стандартных многогранниках |
| 73/11 | Пара параллельных плоскостей на скрещивающихся прямых, расстояние между скрещивающимися прямыми в простых ситуациях |
| 74/12 | Расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости |
| 75/13 | Вычисление расстояний между скрещивающимися прямыми с помощью перпендикулярной плоскости |
| 76/14 | Трёхгранный угол, неравенства для трехгранных углов. Теорема Пифагора, теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла |
| 77/15 | Элементы сферической геометрии: геодезические линии на Земле |
| 78/16 | Контрольная работа "Углы и расстояния" |
|  | **Многогранники (7 ч.)** |
| 79/1 | Систематизация знаний "Многогранник и его элементы" |
| 80/2 | Пирамида. Виды пирамид. Правильная пирамида |
| 81/3 | Призма. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма |
| 82\4 | Прямой параллелепипед, прямоугольный параллелепипед, куб |
| 83/5 | Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера |
| 84/6 | Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Правильные и полуправильные многогранники |
| 85/7 | Контрольная работа "Многогранники" |
|  | **Векторы в пространстве (12 ч.)** |
| 86/1 | Понятие вектора на плоскости и в пространстве |
| 87/2 | Сумма векторов |
| 88/3 | Разность векторов |
| 89/4 | Правило параллелепипеда |
| 90/5 | Умножение вектора на число |
| 91/6 | Разложение вектора по базису трёх векторов, не лежащих в одной плоскости |
| 92/7 | Скалярное произведение |
| 93/8 | Вычисление угла между векторами в пространстве |
| 94/9 | Простейшие задачи с векторами |
| 95/10 | Простейшие задачи с векторами |
| 96/11 | Простейшие задачи с векторами |
| 97/12 | Простейшие задачи с векторами |
|  | **Повторение, обобщение и систематизация знаний (5 ч.)** |
| 98/1 | Обобщение и систематизация знаний |
| 99/2 | Обобщение и систематизация знаний |
| 100/3 | Итоговая контрольная работа |
| 101/4 | Итоговая контрольная работа |
| 102/5 | Обобщение и систематизация знаний |

**11 класс**

|  |  |
| --- | --- |
| **№ п/п/ № в разделе** | **Тема урока** |
|
|  | **Аналитическая геометрия (15 ч.)** |
| 1/1 | Повторение темы "Координаты вектора на плоскости и в пространстве" |
| 2/2 | Повторение темы "Скалярное произведение векторов" |
| 3/3 | Повторение темы "Вычисление угла между векторами в пространстве" |
| 4/4 | Повторение темы "Уравнение прямой, проходящей через две точки" |
| 5/5 | Уравнение плоскости, нормаль, уравнение плоскости в отрезках |
| 6/6 | Уравнение плоскости, нормаль, уравнение плоскости в отрезках |
| 7/7 | Векторное произведение |
| 8/8 | Линейные неравенства, линейное программирование |
| 9/9 | Линейные неравенства, линейное программирование |
| 10/10 | Аналитические методы расчёта угла между прямыми в многогранниках |
| 11/11 | Аналитические методы расчёта угла между плоскостями в многогранниках |
| 12/12 | Формула расстояния от точки до плоскости в координатах |
| 13/13 | Нахождение расстояний от точки до плоскости в кубе |
| 14/14 | Нахождение расстояний от точки до плоскости в правильной пирамиде |
| 15/15 | Контрольная работа "Аналитическая геометрия" |
|  | **Повторение, обобщение и систематизация знаний по теме «Многогранники. Сечения многогранников» (15 ч.)** |
| 16/1 | Сечения многогранников: стандартные многогранники |
| 17/2 | Сечения многогранников: метод следов |
| 18/3 | Сечения многогранников: стандартные плоскости, пересечения прямых и плоскостей |
| 19/4 | Параллельные прямые и плоскости: параллельные сечения |
| 20/5 | Параллельные прямые и плоскости: расчёт отношений |
| 21/6 | Параллельные прямые и плоскости: углы между скрещивающимися прямыми |
| 22/7 | Перпендикулярные прямые и плоскости: стандартные пары перпендикулярных плоскостей и прямых, симметрии многогранников |
| 23/8 | Перпендикулярные прямые и плоскости: теорема о трех перпендикулярах |
| 24/9 | Перпендикулярные прямые и плоскости: вычисления длин в многогранниках |
| 25/10 | Повторение: площади многоугольников, формулы для площадей, соображения подобия |
| 26/11 | Повторение: площади многоугольников, формулы для площадей, соображения подобия |
| 27/12 | Повторение: площади многоугольников, формулы для площадей, соображения подобия |
| 28/13 | Площади сечений многогранников: площади поверхностей, разрезания на части, соображения подобия |
| 29/14 | Площади сечений многогранников: площади поверхностей, разрезания на части, соображения подобия |
| 30/15 | Контрольная работа "Повторение: многогранники, сечения многогранников" |
|  | **Объём многогранника (17 ч.)** |
| 31/1 | Объём тела. Объем прямоугольного параллелепипеда |
| 32/2 | Задачи об удвоении куба, о квадратуре куба; о трисекции угла |
| 33/3 | Стереометрические задачи, связанные с объёмом прямоугольного параллелепипеда |
| 34/4 | Прикладные задачи, связанные с вычислением объёма прямоугольного параллелепипеда |
| 35/5 | Объём прямой призмы |
| 36/6 | Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов прямой призмы |
| 37/7 | Прикладные задачи, связанные с объёмом прямой призмы |
| 38/8 | Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём наклонной призмы |
| 39/9 | Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём пирамиды |
| 40/10 | Формула объёма пирамиды. Отношение объемов пирамид с общим углом |
| 41/11 | Формула объёма пирамиды. Отношение объемов пирамид с общим углом |
| 42/12 | Стереометрические задачи, связанные с объёмами наклонной призмы |
| 43/13 | Стереометрические задачи, связанные с объёмами пирамиды |
| 44/14 | Прикладные задачи по теме "Объёмы тел", связанные с объёмом наклонной призмы |
| 45/15 | Прикладные задачи по теме "Объёмы тел", связанные с объёмом пирамиды |
| 46/16 | Применение объёмов. Вычисление расстояния до плоскости |
| 47/17 | Контрольная работа "Объём многогранника" |
|  | **Тела вращения (24 ч.)** |
| 48/1 | Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности |
| 49/2 | Цилиндр. Прямой круговой цилиндр. Площадь поверхности цилиндра |
| 50/3 | Коническая поверхность, образующие конической поверхности. Конус |
| 51/4 | Сечение конуса плоскостью, параллельной плоскости основания |
| 52/5 | Усечённый конус. Изображение конусов и усечённых конусов |
| 53/6 | Площадь боковой поверхности и полной поверхности конуса |
| 54/7 | Площадь боковой поверхности и полной поверхности конуса |
| 55/8 | Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, построением сечений цилиндра, конуса |
| 56/9 | Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, построением сечений цилиндра, конуса |
| 57/10 | Прикладные задачи, связанные с цилиндром |
| 58/11 | Прикладные задачи, связанные с цилиндром |
| 59/12 | Сфера и шар |
| 60/13 | Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Вид и изображение шара |
| 61/14 | Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Вид и изображение шара |
| 62/15 | Уравнение сферы. Площадь сферы и её частей |
| 63/16 | Симметрия сферы и шара |
| 64/17 | Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, связанные со сферой и шаром, построением их сечений плоскостью |
| 65/18 | Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, связанные со сферой и шаром, построением их сечений плоскостью |
| 66/19 | Прикладные задачи, связанные со сферой и шаром |
| 67/20 | Повторение: окружность на плоскости, вычисления в окружности, стандартные подобия |
| 68/21 | Различные комбинации тел вращения и многогранников |
| 69/22 | Задачи по теме "Тела и поверхности вращения" |
| 70/23 | Задачи по теме "Тела и поверхности вращения" |
| 71/24 | Контрольная работа "Тела и поверхности вращения" |
|  | **Площади поверхности и объёмы круглых тел (9 ч.)** |
| 72/1 | Объём цилиндра. Теорема об объёме прямого цилиндра |
| 73/2 | Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём конуса |
| 74/3 | Площади боковой и полной поверхности конуса |
| 75/4 | Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов цилиндра, конуса |
| 76/5 | Прикладные задачи по теме "Объёмы и площади поверхностей тел" |
| 77/6 | Объём шара и шарового сектора. Теорема об объёме шара. Площадь сферы. Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов шара, шарового сегмента и шарового сектора |
| 78/7 | Прикладные задачи по теме "Объёмы тел", связанные с объёмом шара и площадью сферы. Соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел |
| 79/8 | Подобные тела в пространстве. Изменение объёма при подобии. Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов тел и площадей поверхностей |
| 80/9 | Контрольная работа "Площади поверхности и объёмы круглых тел" |
|  | **Движения (5 ч.)** |
| 81/1 | Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений |
| 82/2 | Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой |
| 83/3 | Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера |
| 84/4 | Геометрические задачи на применение движения |
| 85/5 | Контрольная работа "Векторы в пространстве" |
|  | **Повторение, обобщение и систематизация знаний (5 ч.)** |
| 86/1 | Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Параллельность прямых и плоскостей в пространстве" |
| 87/2 | Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Векторы в пространстве" |
| 88/3 | Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Векторы в пространстве" |
| 89/4 | Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Объем многогранника" |
| 90/5 | Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Объем многогранника" |
| 91/6 | Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Площади поверхности и объёмы круглых тел" |
| 92/7 | Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Площади поверхности и объёмы круглых тел" |
| 93/8 | Итоговая контрольная работа |
| 94/9 | Итоговая контрольная работа |
| 95/10 | Повторение, обобщение и систематизация знаний |
| 96/11 | История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий |
| 97/12 | История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий |
| 98/13 | История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий |
| 99/14 | История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий |
| 100/15 | История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий |
| 101/16 | История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий |
| 102/17 | История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий |